கலவைக் கணித தேற்றங்களும் கிளைத் தேற்றங்களும்

கலவைக் கணித
தேற்றங்களும்
கிளைத் தேற்றங்களும்

[மூன்றாம் பகுதி]

H. பாலகிருஷ்ணன், M.A., B.Ed.,
மணி உயர்நிலைப் பள்ளி,
கோயமுத்தூர்.

தி புக் சென்டர்

ராஜ வீதி :: கோயமுத்தூர்-1.

அறிவிப்பு

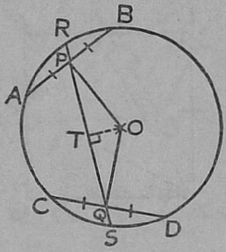
கூப்பனுக்கான இப்பகுதிக்கு விலை இல்லை. முதல் இரண்டு பகுதியின் புத்தகத்தை வாங்கியவர்களுக்கு இது இலவசம்.

The Progressive Printers, Madras-1.

பிற்சேர்க்கை

(பகுதி 2) **Q 2 (d)**

P, Q என்பவை ஒரு வட்டத்தின் இரு சம நாண்களின் மையப் புள்ளிகள். PQ ஐச் சேர்த்து இருபுறமும் நீட்டப் பட்டுள்ளது. PQன் நீட்சி வட்டத்தை R, S களில் வெட்டு கிறது. PR = QS என நிரூபி. (S.S.L.C. 1962 March) (New Scheme)



கொள்கை : O ஐ மையமாக உடைய வட்டத்தில் நாண் AB = நாண் CD. P, Q முறையே AB, CDக் களின் மையங்கள். PQன் நீட்சி வட்டத்தை R, S களில் வெட்டுகிறது.

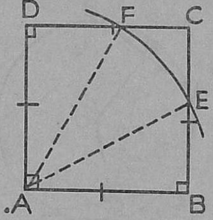
நிரூபி : PR = QS

வரைதல் : $OT \perp RS$ வரை

நிரூபணம் : நாண் ABன் மையம் P (கொள்கை),
$\therefore OP \perp AB$
நாண் CDன் மையம் Q (கொள்கை),
$OQ \perp CD$.
நாண் AB = நாண் CD (கொள்கை)
$\therefore OP = OQ$
$\therefore \triangle OPQ$ல், $OP = OQ$.
மேலும் $OT \perp PQ$ (வரைதல்)
$\therefore PT = QT$
மேலும் $OT \perp$ நாண் RS
$\therefore RT = ST$
$\therefore RT - PT = ST - QT$
i.e. $PR = QS$

(பகுதி 1) Q 6 (b)

ABCD என்பது ஒரு சதுரம். Aஐ மையமாக வைத்து ABஐக் காட்டிலும் அதிக ஆரம் வைத்து BC, CDக்களை முறையே E, Fக்களில் வெட்டும்படி ஒரு வில் வரையப்பட்டுள்ளது. CE = CF என நிரூபி. (S.S.L.C. 1962 March) (1948 Scheme)



கொள்கை : ABCD ஒரு சதுரம். Aஐ மையமாக ABஐ விட அதிக ஆரத்துடன் வரைந்த ஒரு வில் BCஐ Eயிலும், CDஐ Fலும் வெட்டுகிறது.

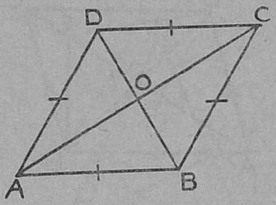
நிரூபி : CE = CF.

வரைதல் : AE, AFக்களைச் சேர்.

நிரூபணம் : $\triangle ABE$, $\triangle ADF$களில்
$AB = AD$ (சதுரத்தின் பக்கங்கள்)
$\angle B = \angle D$ ($= 90^\circ$)
$AE = AF$ (Aஐ மையமாக வரைந்த வட்ட வில்லின் ஆரங்கள்)
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ADF$ (கர்ணம் பக்கம் தேற்றப்படி)
$\therefore BE = DF$
மேலும் $BC = DC$ (சதுரத்தின் பக்கங்கள்)
$\therefore BC - BE = DC - DF$
i.e. $CE = CF$

(பகுதி 1) **Q 3 (c)**

ஒரு சாய் சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றை யொன்று செங்கோணத்தில் இரு சமபாகமாக வெட்டிக் கொள்கின்றன என நிரூபி. (Matric 1962)



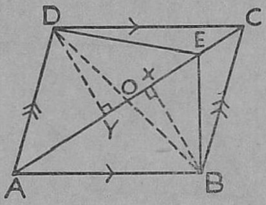
கொள்கை : ABCD ஒரு சாய் சதுரம். மூலை விட்டங்கள் AC, BD Oல் வெட்டிக் கொள்கின்றன.

நிரூபி : $\angle AOB = 90°$; $AO = OC$; $BO = OD$.

நிரூபணம் : ABCD சாய்சதுரம்; $\therefore AB \parallel DC$; $AB = DC$.
$\triangle AOB$, $\triangle COD$களில்
$AB = CD$ (நிரூபித்தது)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\because$ குத்தெதிர் கோணங்கள்)
$\angle BAO = \angle DCO$ ($\because$ ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்; $AB \parallel DC$, AC குறுக்கு வெட்டி)
$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle COD$ (2 கோணங்கள், இசைப் பக்கத் தேற்றப்படி).
$\therefore AO = OC$; $BO = OD$;
$\triangle ABC$ இரு சமபக்க முக்கோணம்
($\because AB = BC$)
BO, ACக்கு மையக்கோடு ($\because AO = OC$)
$\therefore BO \perp AC$
i.e. $\angle AOB = 90°$

(பகுதி 1) **Q 11 (d)**

ABCD ஒரு இணைகரம். E, ACல் ஒரு புள்ளி. △ABE, △ADE சம பரப்புடையவை என நிரூபி. (Matric 1962)



கொள்கை: ABCD ஒரு இணைகரம். E, ACல் ஒரு புள்ளி.

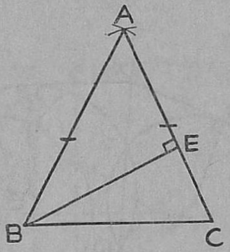
நிரூபி: $\triangle ABE = \triangle ADE$.

வரைதல்: $BX \perp AE$, $DY \perp AE$ வரை. BDஐச் சேர்.
AC, BD, Oல் வெட்டட்டும்.

நிரூபணம்: △BOX, △DOYகளில்
BO = DO (∵ இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இரு சம வெட்டிகள்)
$\angle BXO = \angle DYO$ (= 90° வரைதல்)
$\angle BOX = \angle DOY$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)
∴ $\triangle BOX \equiv \triangle DOY$ (2 கோணங்கள், இசைப் பக்கத் தேற்றப்படி)
∴ **BX = DY**
$\triangle ABE = \frac{1}{2}\ AE \cdot BX$
$\triangle ADE = \frac{1}{2}\ AE \cdot DY$
ஆனால் BX = DY (நிரூபித்தது)
∴ $\triangle ABE = \triangle ADE$

(பகுதி 1) **Q 18 (c)**

ABC ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம். AB = AC. BE ⊥ AC. $BC^2 = 2\ AC.CE$ என நிரூபி. (Matric 1962)



கொள்கை : $\triangle ABC$ல் AB = AC; BE ⊥ AC.

நிரூபி : $BC^2 = 2\ AC.CE$.

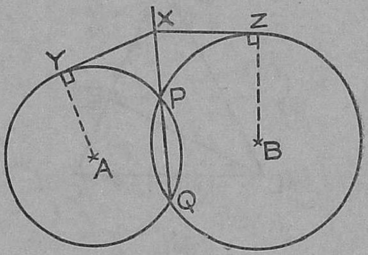
நிரூபணம் : $\triangle ABE$ல் $\angle E = 90°$; $\therefore \angle A$ குறுங்கோணம்.

$\therefore \triangle ABC$ல்,

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2\ AC.AE \\ &= AC^2 + AC^2 - 2\ AC.AE\ (\because AB = AC) \\ &= 2\ AC^2 - 2\ AC.AE \\ &= 2\ AC\ (AC - AE) \\ &= 2AC \cdot CE \end{aligned}$$

பகுதி 2 Q 11 (h)

இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன. அவற்றின் பொது நாணின் நீட்சியிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டங்களுக்கு வரைந்த தொடு கோடுகள் சமம் என நிரூபி. (Matric 1962)



கொள்கை : வட்டங்கள் A, B, P, Qகளில் வெட்டிக்கொள்கின்றன. X, PQன் நீட்சியில் ஒரு புள்ளி. XY, XZ வட்டத்திற்கு தொடு கோடுகள்.

நிரூபி : $XY = XZ$

நிரூபணம் : வட்டம் Aக்கு XY தொடுகோடு; XPQநாண்.

$\therefore XY^2 = XP.XQ.$

வட்டம் Bக்கு XZ தொடுகோடு; XPQ நாண்.

$\therefore XZ^2 = XP.XQ$

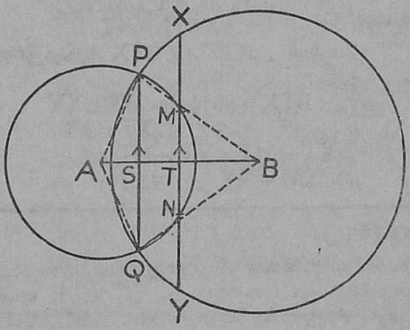
$\therefore XY^2 = XZ^2$

$\therefore XY = XZ$

பகுதி 2 **Q 1** (c)

இரு வட்டங்கள் ஒன்றை யொன்று வெட்டிக் கொள் கின்றன. அவற்றின் பொது நாணுக்கு இணையாக ஒரு நேர் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது. வட்டங்களின் பரிதிகளுக் கிடையிலுள்ள இக் கோட்டின் பாகங்கள் சமம் என நிரூபி.

(Matric 1962)



கொள்கை : A, Bக்களை மையங்களாக உடைய வட்டங் கள் P, Qக்களில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. PQக்கு இணையாக வரைந்த நேர் கோடு XY வட்டம் Aஐ M, N களிலும், வட்டம் Bஐ X,Y களிலும் வெட்டுகிறது.

நிரூபி : XM = NY.

வரைதல் : ABஐச் சேர். அது PQ, XYகளை S,Tகளில் வெட்டட்டும். AP, BP, AQ, BQக்களைச் சேர்.

நிரூபணம் : $\triangle APB$, $\triangle AQB$களில்

AB (பொது)

AP = AQ (வட்டம் Aன் ஆரங்கள்)

BP = BQ (வட்டம் Bன் ஆரங்கள்)

$\therefore \triangle APB \equiv \triangle AQB$ (3 பக்கத் தேற்றப்படி)

$\therefore \angle PAB = \angle QAB$

$\therefore$ இருசமபக்க $\triangle APQ$ல் AB, $\angle QAP$ன் இரு சமவெட்டி.

$\therefore AS \perp QP$

$\therefore \angle ASP = 90^\circ$

ஆனால் $XY \parallel PQ$, AT குறுக்கு வெட்டி.

$\therefore \angle ATX = \angle ASP$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$= 90^\circ$ (நிரூபித்தது.)

$\therefore AT \perp XY$ i.e. $AT \perp MN$

$\therefore$ **MT = NT**

மேலும் $\angle ATX$, $\angle BTX$ அடுத்துள்ள கோணங்கள்.

$\therefore \angle BTX = 90^\circ$; i.e. $BT \perp XY$

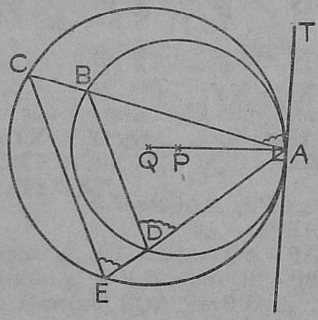
$\therefore$ **XT = YT**

$\therefore XT - MT = YT - NT$

i.e. **XM = NY**

பகுதி 2 **Q 10 (n)**

இரண்டு வட்டங்கள் A என்ற இடத்தில் உட்புறமாக தொடுகின்றன. வட்டங்களை B, D; C, E என்ற இடங்களில் வெட்டி A மூலம் செல்லும்படி ABC, ADE என்ற கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளன. BD, CEக்கு சமாந்தரம் (இணை) என்று நிரூபி. [S.S.L.C. (1948 Scheme) 1962]



கொள்கை: வட்டங்கள் Q, Pக்கள் Aல் உட்புறமாகத் தொட்டுக் கொள்கின்றன. A வழியே வரைந்த ABC என்ற கோடு வட்டங்களை B,C களிலும், ADE என்ற கோடு வட்டங்களை D,Eகளிலும் வெட்டுகின்றன.

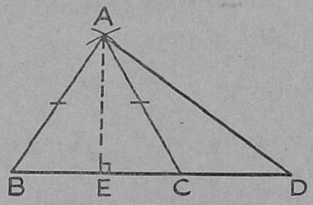
நிரூபி: BD ∥ CE

வரைதல்: வட்டங்களுக்கு Aஇல் பொதுத்தொடுகோடு ATஐ வரை.

நிருபணம்: வட்டம் Pக்கு AT தொடுகோடு, AB நாண்.
$\therefore \angle TAB =$ மா. வ. பகுதி $\angle ADB$
வட்டம் Qக்கு AT தொடுகோடு, AC நாண்.
$\angle TAC =$ மா. வ. பகுதி $\angle AEC$
i.e. $\angle TAB = \angle AEC$
$\therefore \angle ADB = \angle AEC$
இவை BD, CEக்களை AE வெட்டும்போது உண்டாகும் ஒத்த கோணங்கள்.
$\therefore BD \parallel CE$

பகுதி 1 Q 19 (d)

ABC என்ற முக்கோணத்தில் AB = AC. BCயை Dக்கு நீட்டியிருக்கிறது. $AD^2 = AC^2 + CD^2 + BC.CD$ என நிரூபி.
[S.S.L.C. (1948 Scheme) 1962]



கொள்கை: △ABCல் AB = AC. BC, Dக்கு நீட்டப்பட்டு உள்ளது.

நிரூபி : $AD^2 = AC^2 + CD^2 + BC.CD$

வரைதல் : $AE \perp BC$ வரை.

நிரூபணம் : $\triangle ABC$ல் $AB = AC$ (கொள்கை)

$AE \perp BC$

$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC$

$\triangle ACD$ல், $\angle C$ விரிகோணம்

$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2 + 2CD.CE$

$= AC^2 + CD^2 + 2\ CD.\frac{1}{2}\ BC$

[$\because CE = \frac{1}{2}$ BC நிரூபித்தது]

$= AC^2 + CD^2 + CD.BC$

பகுதி 3

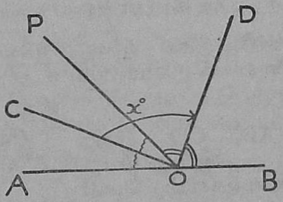
IX Std.

தேற்றங்களை ஒட்டிய முதற் பிரிவு (Part A)

கணக்குகள் :

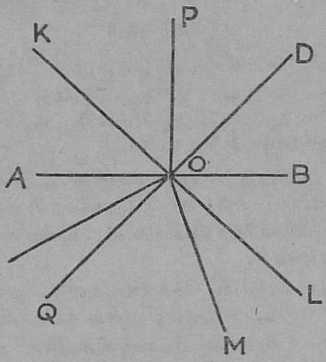
[அடுத்துள கோணங்கள் (adjacent angles), நிரப்புக் கோணங்கள் (Complementary angles), மிகை நிரப்புக் கோணங்கள் (Supplementary angles), குத்தெதிர் கோணங்கள் (Vertically opposite angles.)]

1. இரண்டு அடுத்துள கோணங்களில் ஒன்று மற்றதைப் போல் இரண்டு மடங்கானால் அவற்றைக் கண்டுபிடி.
2. இரு நிரப்புக் கோணங்களின் விகிதம் 3 : 1 ஆனால் அவை எவை ?
3. இரு மிகை நிரப்புக் கோணங்களில் ஒன்று மற்றதை விட 50° அதிகம். அவற்றைக் கண்டுபிடி.
4. இரு மிகை நிரப்புக் கோணங்களின் விகிதம் 3 : 2. அவற்றைக் கண்டுபிடி.
5. இரண்டு அடுத்துள கோணங்களில் ஒன்று மற்றதன் 3 மடங்கை விட 12° குறைவு. அக் கோணங்களைக் கண்டுபிடி.
6. பூர்த்தி செய் :—
   (*a*) ஒரு செங்கோணத்தின் மிகை நிரப்புக்கோணம்...
   (*b*) ஒரு குறுங்கோணத்தின் மிகை நிரப்புக்கோணம்...
   (*c*) ஒரு விரிகோணத்தின் மிகை நிரப்புக்கோணம்...
7. படத்தில் x ன் மதிப்பு என்ன ?



8. இரண்டு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்வதால்......................சமம்.

9. படத்திலிருந்து ஒரு ஜதை குத்தெதிர் கோணங்களை எடுத்தெழுது :—



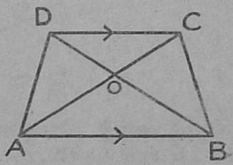
[இணைகோடுகள் (Parallel Lines), ஒத்த கோணங்கள் (Corresponding angles), ஒன்று விட்ட கோணங்கள் (alternate angles.)]

10. இரண்டு இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்ட உண்டாகும்...........சமம் ; ....சமம் ;........... இரண்டு செங்கோணங்களுக்குச் சமம்.

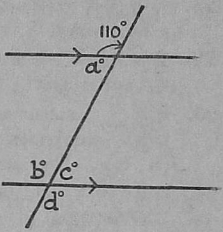
11. இரண்டு இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டும்போது எத்தனை ஜதை (pair) ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், ஒத்த கோணங்கள் ஏற்படுகின்றன ?

12. இரண்டு நேர்கோடுகள் இணைகோடுகளாக ஏதேனும் ஒரு நிபந்தனையைக் (Condition) கூறு.

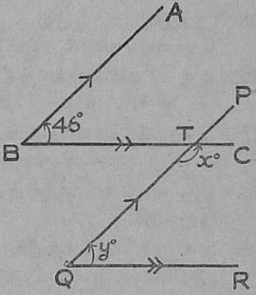
13. படத்தில் AB, CD இணை கோடுகள். ஒரு ஜதை ஒன்று விட்ட கோணங்களின் பெயர்களை எழுது.



14. படத்தில் a, b, c, d க்களின் மதிப்பு என்ன?



15. படத்தில் x, y க்களின் மதிப்பு என்ன?



[முக்கோணம் (Triangle), கோணங்களின் மொத்தம், வெளிக் கோணம் (Exterior angle), இரு சமபக்க முக்கோணம் (Isosceles Triangle.)]

16. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தம்...... செங்கோணங்கள் அல்லது..............

17. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் விகிதம் 2 : 3 : 4. அவற்றைக் கண்டுபிடி.

18. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் $x°$, $2x°$, $3x°$. x ன் மதிப்பு என்ன? கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

19. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தில்.........கோணங்கள் சமம்.

20. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் சமமானல் ....

21. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் உச்சிக் கோணம் 72°. மற்ற கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

22. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் அடிப்பக்க கோணம் ஒன்று 40°. உச்சிக் கோணம் எவ்வளவு?

23. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் உச்சிக் கோணம் ஒரு அடிப்பக்கக் கோணத்தைப் போல் இரண்டு மடங்கு. கோணங்களைத் தனித்தனியே கண்டுபிடி.

24. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கக் கோணங்கள் $(4x+10)^\circ$, $(5x-4)^\circ$. கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

25. $\triangle ABC$ ல் $\angle B + \angle C = 120^\circ$; $\angle C - \angle A = 20^\circ$. கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

26. ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் $(2x-5)^\circ$, $(3x+4)^\circ$, $(3x-11)^\circ$. கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

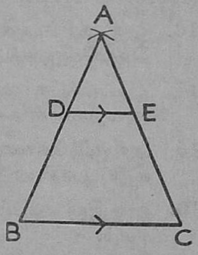
27. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களின் கூடுதல் ....விடக் குறைவு.

28. ஒரு முக்கோணத்தில் குறைந்தது.........கோணங்கள் இருக்கும்.

29. ஒரு முக்கோணத்தில்.........விரிகோணம்தான் இருக்க முடியும்;...........செங்கோணம்தான் இருக்க முடியும்.

30. பின் வரும் அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரைய முடியுமா? காரணம் கூறு:
$AB = 3''$; $\angle B = 85^\circ$; $\angle C = 95^\circ$.

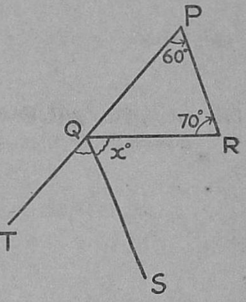
31. படத்தில் ABC ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம். DE, BC இணை கோடுகள். $\angle A = 50^\circ$ $\angle DEC$ ன் மதிப்பு என்ன?



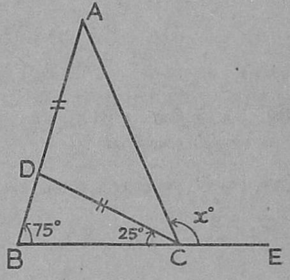
32. ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் வெளி நீட்டப் பட்டால்...........(பூர்த்திசெய்)

33. $\triangle ABC$ ல் BC ஐ D க்கு நீட்டப்பட்டுள்ள $\angle ACD = 110°$ $\angle B = 40°$. $\angle A$ ன் மதிப்பு என்ன ?

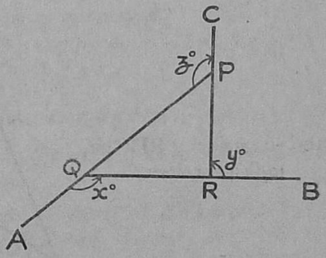
34. படத்தில் x ன் மதிப்பு என்ன ?



35. படத்தில் x ன் மதிப்பு என்ன ?

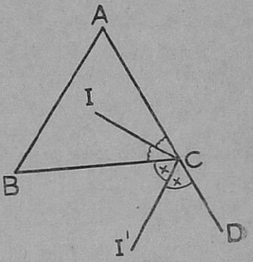


36. படத்தில் $(x+y+z)$ன் மதிப்பு என்ன ?

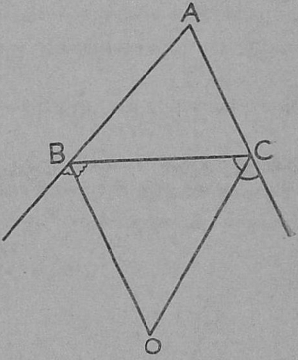


37. $\triangle ABC$ ல் $\angle A = 80°$. BA, D க்கு $AD = AC$ இருக்குமாறு நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle ACD$ ன் மதிப்பு என்ன?

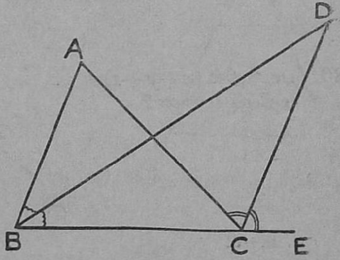
38. படத்தில் $\angle ICI^1$ ன் மதிப்பு என்ன?



39. படத்தில் $\angle BOC$ ன் மதிப்பு என்ன?



40. படத்தில் $\angle BDC$ன் மதிப்பு என்ன?



பூர்த்தி செய்க

41. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் உச்சிக் கோணத்தின் இரு சமவெட்டி...........

42. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் மையக் குத்துக்கோடு...........

[முக்கோணத்தின் கோணங்கள் சமமின்மை ;
பக்கங்கள் சமமின்மை]

43. ஒரு முக்கோணத்தில்
   (*a*) இரு கோணங்கள் சமமில்லாவிடில்...........
   (*b*) இரு பக்கங்கள் சமமில்லாவிடில்..............(பூர்த்தி செய்)

44. $\triangle ABC$ல் பின் வரும் சந்தர்ப்பங்களில் கோணங்களைப் பற்றி என்ன தெரியும்?
(*a*) $AB = AC$. (*b*) $AB > AC$. (*c*) $AB < AC$.

45. $\triangle PQR$ல் $\angle Q = 50°$; $\angle R = 30°$. பின்வரும் ஜதைப் பக்கங்களுக்குள்ள தொடர்பை (relationship) எழுது:
(*a*) q, r (*b*) p, q (*c*) p, r.

46. $\triangle XYZ$ல் $XY = 5''$; $YZ = 6''$; $ZX = 8''$.
பின்வரும் ஜதைக் கோணங்களுக்குள்ள தொடர்பை எழுது:
(*a*) $\angle X, \angle Y$, (*b*) $\angle Y, \angle Z$. (*c*) $\angle Z, \angle X$.

47. $\triangle ABC$ல் $\angle A = 56°$; $\angle B = 64°$;
பின் வருபவைகளில் எது உண்மை.
(1) $a < b < c$ (2) $a < c < b$ (3) $b < c < a$
(4) $c < a < b$ (5) $b < a < c$.

[முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்குள்ள தொடர்பு]

48. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் கூடுதல் ....(பூர்த்தி செய்)

49. ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு பக்கங்களின் வித்தியாசம்...........(பூர்த்தி செய்)

50. பின்வரும் முக்கோணங்கள் வரைய முடியுமா? காரணம் கூறு.
(1) $a = 3.2''$; $b = 1.8''$; $c = 1.4''$.
(2) $a = 2.8''$; $\angle B = 90°$; $b = 2.5''$
(3) $PQ = 10$ cms; $QR = 6$ cms; $PR = 2.5$ cms.
(4) $AB = 7.5$ cms; $CA = 10$ cms; $\angle C = 97°$

[ஒழுங்குப் பல கோணங்கள் (Regular Polygons)]

51. ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை p. அதன் உட்கோணங்களின் கூடுதல் (1) எத்தனை செங்கோணங்கள்? (2) எத்தனை டிகிரி? (3) ஒரு உட்கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

52. ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் பக்கங்களை ஒருமுகமாக வெளி நீட்ட உண்டாகும்...........(பூர்த்தி செய்)

53. ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் பக்கங்கள் 10. அதன் ஒரு உட்கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

54. ஒரு ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் ஒரு உட்கோணம் 108°. அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

55. பின்வரும் கோணங்களில் எவை ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் வெளிக்கோணமாக இருக்க முடியும்? அப்போது அதன் பக்கங்கள் எத்தனை?
12°, 25°, 45°.

56. ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் ஒரு உட்கோணம் ஒரு வெளிக்கோணத்தை விட 132° அதிகம். அதன் பக்கங்கள் எத்தனை?

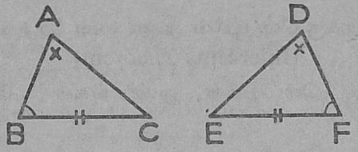
57. ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் உட்கோணம்: வெளிக்கோணம் 3 : 2. அதன் பக்கங்கள் எத்தனை?

[முக்கோணங்களின் சர்வ சமத்தன்மை]
(Congruency of Triangles)

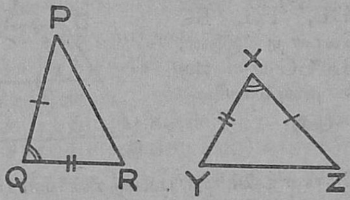
58. இரு முக்கோணங்கள் சர்வ சமமாக இருக்க ஒரு நிபந்தனையைக் கூறு.

59. இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்கள் சர்வ சமமாக நிபந்தனை என்ன?

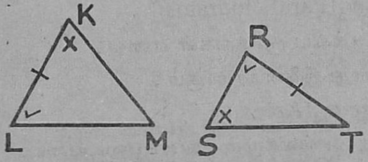
60. பின்வரும் படங்களில் எவை சர்வசம முக்கோண ஜதைகள் ? அதற்கான தேற்றத்தை எழுது.



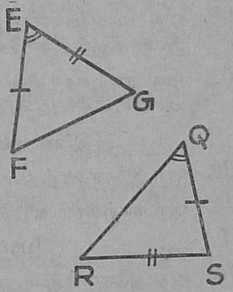
(*a*)



(*b*)



(*c*)



(*d*)

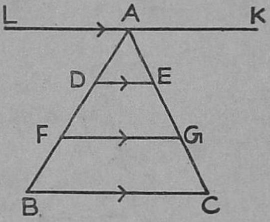
61. ஒரு வட்டத்தின் மையம் O. AB ஒரு நாண். OD, AB க்கு செங்குத்து. $\triangle AOD \equiv \triangle BOD$ என நிரூபிக்க உதவும் தேற்றத்தை எழுது.

62. O ஒரு வட்டத்தின் மையம். AB, CD சமநீள நாண்கள். $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ என நிரூபிக்க உதவும் தேற்றத்தை எழுது.

[குறுக்கு வெட்டியின் துண்டங்கள் தேற்றம்]
(Intercepts Theorem)

63. " குறுக்கு வெட்டியின் துண்டங்கள் " தேற்றத்தை எழுது.

64. படத்தில் AD = DF = FB. LAK, DE, FG, BC ஒன்றுக்கொன்று இணை. AE = EG = GC என நிரூபிக்க உதவும் தேற்றத்தை எழுது.



65. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு பக்கத்தின் மையம் வழியாக மற்றொரு பக்கத்திற்கு இணையாக வரைந்த கோடு ....(பூர்த்தி செய்)

66. ஒரு முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்களின் மையங்களை இணைக்கும் நேர்கோடு............(பூர்த்தி செய்)

67. ஒரு நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் மையங்களை வரிசையாகச் சேர்ப்பதால் கிடைக்கும் உருவம் என்ன ?

[இணைகரங்கள் (Parallelograms)]

68. ஒரு இணைகரத்தின் முக்கிய குணங்கள் எவை ?

69. ஒரு நாற்கரம் எப்போது இணைகரமாகும் ?

[பரப்பளவு (Areas)]

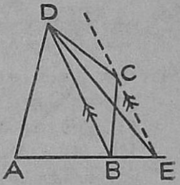
70. ஒரு இணைகரமும், ஒரு செவ்வகமும் சமபரப்புடையவை. இது பற்றிய தேற்றத்தை எழுது.

71. ஒரு இணைகரம் (அல்லது செவ்வகம்), ஒரு முக்கோணம் இவை ஒரே அடிப் பக்கத்தின் மீதமைந்து, ஒரு ஜோடி இணை கோடுகளுக்குள் அடங்கியிருந்தால் அவற்றின் பரப்புகளின் விகிதம் என்ன ?

72. இரு முக்கோணங்கள் ஒரே அடிப்பக்கத்தின் மீதமைந்து ஒரே ஜோடி இணை கோடுகளுக்குள்ளடங்கியிருந்தால் ....(பூர்த்தி செய்)

73. (1) படத்தில் $\triangle BCD$, $\triangle BDE$ பற்றி என்ன தெரியும் ?

(2) படத்தில் நாற்கரம் ABCDக்குச் சமமான முக்கோணம் எது ?



[பிதாகரஸ் தேற்றம் (Theorem of Pythagoras)]

74. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுது.

75. பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையை எழுது.

76. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகப் பெரிய பக்கம் p. மற்ற பக்கங்கள் q, r. p, q, r—இவற்றிற்குள்ள தொடர்பு (*r*elation ship) என்ன ?

77. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் 5″. ஒரு பக்கம் 4″. மற்ற பக்கம் எவ்வளவு ?

78. பின்வரும் பக்கங்களுள்ள முக்கோணங்களில் எவை செங்கோண முக்கோணங்களாக இருக்க முடியும் ?
(*a*) 3″, 4″, 6″. (*b*) 4″, 5″, 6″. (*c*) 5″, 12″, 13″
(*d*) 7″, 24″, 25″

79. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் $\frac{n+1}{2}$. ஒரு பக்கம் $\frac{n-1}{2}$. மற்ற பக்கத்தைக் கண்டு பிடி.

80. $\triangle ABC$ல் AD, BCக்கு செங்குத்து. $AB^2—AC^2$ ஐக் கண்டு பிடி.

[குறுங்கோணத் தேற்றம் (Theorem on acute angles)
விரிகோணத் தேற்றம் (Theorem on obtuse angles)
அப்பலோனியஸ் (Appolonius Theorem)]

81. ஒரு முக்கோணத்தில் குறுங்கோணத்திற் கெதிரிலுள்ள பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு.........(பூர்த்தி செய்)

82. ஒரு முக்கோணத்தில் விரிகோணத்திற் கெதிரிலுள்ள பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு.........(பூர்த்தி செய்)

83. $\triangle ABC$ல் (1) $a^2 > b^2 + c^2$ (2) $a^2 = b^2 + c^2$ என்றிருக்கும் போது முக்கோணம் எவ்வகை முக்கோணம் ?

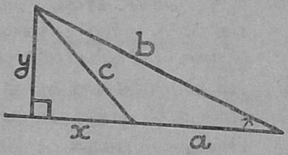
84. பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் $\triangle ABC$ன் பக்கங்களுக்குள்ள தொடர்பை எழுது.
(1) $\angle B$ விரிகோணம். (2) $\angle C$ விரிகோணம் (3) $\angle B = 90°$ (4) $\angle A = 90°$ (5) $\angle A$ குறுங்கோணம் (6) $\angle C$ குறுங்கோணம்.

85. $\triangle ABC$ல் $\angle B$ குறுங்கோணம். Aயிலிருந்து BCக்கு வரைந்த செங்குத்துக் கோட்டின் அடிக்கும் Bக்கும் உள்ள தூரம் p. $\therefore b^2 =$ ....(பூர்த்தி செய்).

86. படத்தில்

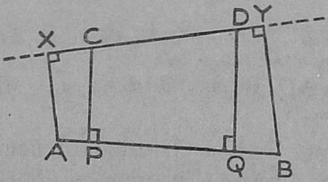
$c^2 =$ ....

$b^2 =$ ....



87. $\triangle ABC$ல் $\angle B = 50°$; $\angle C = 30°$. $\therefore a^2$.................. (பூர்த்தி செய்)

88. படத்தில் ABமீது CDன் வீழ்ச்சி எது? CDமீது ABன் வீழ்ச்சி (projection) எது ?



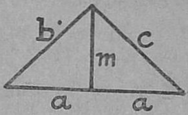
89. ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு பக்கத்தின் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு மற்ற பக்கங்களின்மீது வரைந்த சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பிற்கு (a) சமமானல் (b) அதிகமானல் (c) குறைவானல் அப்பக்கத்திற்கெதிரிலுள்ள கோணம் (a)—(b)—(c)—(பூர்த்தி செய்)

90. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 7 cm; 8cm; 4 cm. அது எவ்வகை முக்கோணம்?

91. அப்பலோனியஸ் தேற்றத்தை எழுது.

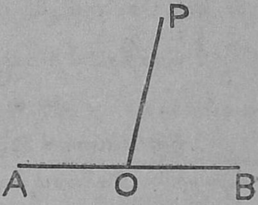
92. $\triangle ABC$ல் $AB=7''$; $BC=6''$; $AC=5''$. மையக்கோடு ADயின் நீளத்தைக் கணக்கிடு.

93. படத்தில் $b^2+c^2=$............... (பூர்த்தி செய்)



94. படத்தில் $AB=6$; $OP=5$. O, ABயின் மையம்.

$\therefore PA^2+PB^2=$.....(பூர்த்தி செய்)



[நியமப் பாதைகள் (Loci)]

95. ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

96. இரு நிலையான புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

97. ஒரு நிலையான கோட்டிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

98. இரு நிலையான இணைகோடுகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

99. ஒரு கோணத்தின் புயங்களிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

100. இரு வெட்டும் கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

101. $\triangle ABC$ல் (1) A,B களிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?
(2) AB, BC களிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை என்ன?

விடைகள்

1. முதல் கோணம் 1 பங்கு என்றால் மற்ற கோணம் 2 பங்கு.

$\therefore$ மொத்தம் 3 பங்கு $= 180^\circ$ ($\because$ அடுத்துள்ள கோணங்கள்.)

$$\therefore 1 \text{ பங்கு} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$\therefore$ ஒரு கோணம் $= 60^\circ$; மற்ற கோணம் $= 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

2. ஒரு கோணம் 3 பங்கு என்றால் மற்ற கோணம் 1 பங்கு.

$\therefore$ மொத்தம் $= 4$ பங்கு $= 90^\circ$ ($\because$ நிரப்புக் கோணங்கள்)

$$\therefore 1 \text{ பங்கு} = \frac{90^\circ}{4} = 22\tfrac{1}{2}^\circ$$

$\therefore$ ஒரு கோணம் $= 22\frac{1}{2}^\circ$; மற்ற கோணம் $= 3 \times 22\frac{1}{2}^\circ = 67\frac{1}{2}^\circ$

3. முதல் கோணம் $= x^\circ$ என்க. $\therefore$ மற்ற கோணம் $= (x+50)^\circ$

$\therefore x^\circ + (x+50)^\circ = 180^\circ$ ($\because$ மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்)

$$\text{i.e. } 2x + 50 = 180$$
$$\therefore 2x = 180 - 50 = 130$$
$$\therefore x = \frac{130}{2} = 65$$

$\therefore$ ஒரு கோணம் $= 65^\circ$; மற்ற கோணம் $= 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$

4. ஒரு கோணம் 3 பங்கு என்றால் மற்ற கோணம் 2 பங்கு.

$\therefore$ மொத்தம் $= 5$ பங்கு $= 180^\circ$ ($\because$ மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்)

$$\therefore 1 \text{ பங்கு} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

$\therefore$ ஒரு கோணம் $= 36^\circ \times 3 = 108^\circ$

மற்ற கோணம் $= 36^\circ \times 2 = 72^\circ$

5. ஒரு கோணம் x° என்க. $\therefore$ மற்ற கோணம் $(3x - 12)^\circ$

$\therefore x^\circ + (3x - 12)^\circ = 180^\circ$ ($\because$ அடுத்துள கோணங்கள்)

$$\text{i.e., } 4x - 12 = 180$$

$$\text{i.e., } 4x = 180 + 12 = 192$$

$$\therefore x = \frac{192}{4} = 48$$

$\therefore$ ஒரு கோணம் $= 48°$; மற்ற கோணம் $= 180° - 48° = 132°$

6. (*a*) செங்கோணம் (*b*) விரிகோணம் (*c*) குறுங்கோணம்.

7. $\angle AOP + \angle BOP = 180°$ ($\because$ அடுத்துள கோணங்கள்)
$\therefore \angle COP + \angle DOP = \frac{1}{2}\angle AOP + \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

i.e., $\angle COD = x° = 90°$ $\therefore x = 90$

8. ஏற்படும் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமம்.

9. $\angle AOK$, $\angle BOL$ (or) $\angle KOD$, $\angle QOL$ (or) $\angle KOQ$, $\angle DOL$ (or) $\angle AOQ$, $\angle BOD$

10. ஒத்த கோணங்கள் சமம்; ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்; குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே புறமுள்ள ஒரு ஜதை உட்கோணங்களின் கூடுதல் இரண்டு செங்கோணங் களுக்குச் சமம்.

11. இரண்டு ஜதை ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், நான்கு ஜதை ஒத்த கோணங்கள் ஏற்படுகின்றன.

12. (1) இரண்டு நேர் கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்ட உண்டாகும் ஒரு ஜதை ஒத்த கோணங் கள் சமமானல் அக்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணை.

(அல்லது)

(2) இரண்டு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்ட உண்டாகும் ஒரு ஜதை ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமானல் அக்கோடுகள் ஒன்றுக் கொன்று இணை.

(அல்லது)

(3) இரண்டு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்ட உண்டாகும் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே புறத்திலுள்ள ஒரு ஜதை உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180°க்கு அல்லது இரண்டு செங் கோணங்களுக்குச் சமமானல் அக்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணை.

13. $\angle BAC$, $\angle DCA$ (or) $\angle CDB$, $\angle ABD$

14. $a^\circ + 110^\circ = 180^\circ$ (அடுத்துள கோணங்கள்)
$\therefore a^\circ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
$\therefore \mathbf{a = 70}$
$b^\circ = 110^\circ$ ($\because$ ஒத்த கோணங்கள்) $\therefore \mathbf{b = 110}$
$a^\circ = c^\circ$($\because$ ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்) $\therefore c^\circ = 70^\circ \therefore \mathbf{c = 70}$
$b^\circ = d^\circ$ ($\because$ குத்தெதிர் கோணங்கள்) $\therefore d^\circ = 110^\circ$.
$\therefore \mathbf{d = 110}$

15. BA ∥ QP, BT குறுக்கு வெட்டி.
$\therefore \angle B = \angle BTQ$ ($\because$ ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
$\therefore \angle BTQ = 46^\circ$
ஆனல் $x^\circ + \angle BTQ = 180^\circ$ ($\because$ அடுத்துள கோணங்கள்)
$\therefore x^\circ = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ \quad \therefore \mathbf{x = 134}$
BTC ∥ QR, PQ குறுக்கு வெட்டி
$\therefore \angle BTQ = y^\circ$ ($\because$ ஒன்றுவிட்டகோணங்கள்)
$\therefore y^\circ = 46^\circ \therefore \mathbf{y = 46}$

16. இரண்டு செங்கோணங்கள் அல்லது 180°

17. கோணங்களின் விகிதம் $= 2 : 3 : 4$
$\therefore$ மொத்தம் $= 9$ பங்கு $= 180^\circ$.
$\therefore 2$ பங்கு கோணம் $= \dfrac{\overset{20^\circ}{\cancel{180}^\circ}}{\cancel{9}} \times 2 = 40^\circ$
3 பங்கு கோணம் $= \dfrac{\overset{20^\circ}{\cancel{180}^\circ}}{\cancel{9}} \times 3 = 60^\circ$
4 பங்கு கோணம் $= \dfrac{\overset{20^\circ}{\cancel{180}^\circ}}{\cancel{9}} \times 4 = 80^\circ$

18. கோணங்கள் $= x^\circ, 2x^\circ, 3x^\circ$
$\therefore$ மொத்தம் $= x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$
i.e., $6x = 180$
$\therefore \mathbf{x = 30}$
$\therefore$ கோணங்கள் $= 30^\circ, 2 \times 30^\circ, 3 \times 30^\circ$
$= 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

19. சம பக்கங்களுக்கு எதிரிலுள்ள கோணங்கள் சமம்.

20. சம கோணங்ளுக்கு எதிரிலுள்ள பக்கங்கள் சமம்.

21. உச்சிக்கோணம் $= 72^\circ$.
அடிப்பக்க கோணங்கள் சமம்.
$\therefore$ 2 அடிப் பக்கக் கோணங்களின்
கூடுதல் $= 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

$\therefore$ ஒவ்வொரு அடிப்பக்கக் கோணமும் $= \dfrac{108^\circ}{2} = \mathbf{54^\circ}$

22. ஒரு அடிப்பக்கக் கோணம் $= 40^\circ$
$\therefore$ 2 அடிப்பக்கக் கோணங்களின் கூடுதல் $= 40^\circ \times 2$
$= 80^\circ$

$\therefore$ உச்சிக் கோணம் $= 180^\circ - 80^\circ = \mathbf{100^\circ}$

23. ஒரு அடிப்பக்கக் கோணம் $= x^\circ$ என்க.
$\therefore$ உச்சிக்கோணம் $= 2x^\circ$
$\therefore$ கோணங்களின் மொத்தம் $= x^\circ + x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$
i.e., $4x^\circ = 180^\circ$

$$\therefore x = \frac{180}{4} = \mathbf{45}.$$

$\therefore$ ஒவ்வொரு அடிப்பக்கக் கோணமும் $= \mathbf{45^\circ}$
உச்சிக்கோணம் $= 45^\circ \times 2 = \mathbf{90^\circ}$

24. அடிப்பக்கக் கோணங்கள் $(4x+10)^\circ$, $(5x-4)^\circ$
ஆனல், அடிப்பக்கக் கோணங்கள் சமம்.
$\therefore 4x + 10 = 5x - 4$
i.e. $10 + 4 = 5x - 4x$
i.e. $x = \mathbf{14}$
$\therefore$ ஒவ்வொரு அடிப்பக்கக் கோணமும் $= (4x+10)^\circ$
or $(5x-4)^\circ$ $= \mathbf{66^\circ}$

$\therefore$ உச்சிக் கோணம் $= 180^\circ - 2 \times 66^\circ$
$= 180^\circ - 132^\circ$ $= \mathbf{48^\circ}$

25. $\angle B + \angle C = 120^\circ$ $\therefore \angle A = 180^\circ - 120^\circ$ $= \mathbf{60^\circ}$
$\angle C - \angle A = 20^\circ$ i.e., $\angle C - 60^\circ = 20^\circ$
$\therefore \angle C = 60^\circ + 20^\circ = \mathbf{80^\circ}$

$\therefore \angle B + 80^\circ = 120^\circ$
$\therefore \angle B = 120^\circ - 80^\circ = \mathbf{40^\circ}$
$\therefore \angle A = 60^\circ$; $\angle B = 40^\circ$; $\angle C = 80^\circ$.

26. கோணங்கள் $= (2x-5)^\circ, (3x+4)^\circ, (3x-11)^\circ$

$\therefore$ மொத்தம் $= (2x-5)^\circ + (3x+4)^\circ + (3x-11)^\circ$

$= (8x-12)^\circ$

$= 180^\circ$

i.e. $8x - 12 = 180$

$\therefore 8x = 180 + 12 = 192$

$\therefore x = \frac{192}{8} = 24$

$\therefore$ முதல் கோணம் $= (2x-5)^\circ = (2 \times 24 - 5)^\circ = 43^\circ$

2ஆம் கோணம் $= (3x+4)^\circ = (3 \times 24 + 4) = 76^\circ$

3ஆம் கோணம் $= (3x-11)^\circ = (3 \times 24 - 11) = 61^\circ$

27. 180° அல்லது 2 செங்கோணங்களை விடக் குறைவு.

28. இரண்டு குறுங்கோணங்கள் இருக்கும்.

29. ஒரே ஒரு விரிகோணம்தான் இருக்கமுடியும்; ஒரே ஒரு செங்கோணம்தான் இருக்கமுடியும்.

30. $\angle B + \angle C = 85^\circ + 95^\circ = 180^\circ$

ஆனல் ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 180°ஐ விடக் குறைவாக இருக்கவேண்டும். ஆகையால் முக்கோணம் வரைய முடியாது.

31. $\angle A = 50^\circ$. முக்கோணம் இருசமபக்க முக்கோணம்.

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

DE $\parallel$ BC, EC குறுக்கு வெட்டி

$\therefore \angle DEC + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle DEC + 65^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

32. உண்டாகும் வெளிக்கோணம் உள்ளதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

33. வெளி $\angle ACD =$ உள்ளதிர் $\angle A + \angle B$

i.e. $110^\circ = \angle A + 40^\circ \therefore \angle A = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$.

34. வெளி $\angle RQT =$ உள்ளதிர் $\angle P + \angle R$

i.e. $\angle RQT = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ$

$\therefore \angle SQR = \frac{1}{2} \angle RQT = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

$\therefore x^\circ = 65^\circ \quad \therefore x = 65$

35. $\triangle BDC$ல் $\angle BDC = 180° - (75° + 25°) = 180° - 100°$
$= 80°$

ஆனல், $\triangle ADC$ல் வெளி $\angle BDC$ = உள் எதிர் $\angle DAC + \angle DCA$
$= 2\angle DAC$ ($\because \angle DAC = \angle DCA$, $\because DA = DC$)

i.e. $80° = 2\angle DAC$

$\therefore \angle DAC = \frac{80°}{2} = 40°$

$\therefore \triangle ABC$ல் வெளி $\angle ACE = x°$
= உள்எதிர் $\angle B + \angle DAC$
$= 75° + 40° = 115°$

$\therefore x = 115$

36. வெளி $\angle AQR = x°$ = உள்எதிர் $\angle P + \angle R$
வெளி $\angle BRP = y°$ = உள்எதிர் $\angle P + \angle Q$
வெளி $\angle CPQ = z°$ = உள்எதிர் $\angle Q + \angle R$

$\therefore x° + y° + z° = 2(\angle P + \angle Q + \angle R) = 2 \times 180° = 360°$
($\because \angle P, \angle Q, \angle R$ $\triangle PQR$ன் கோணங்கள்)

$\therefore (x + y + z) = 360$

37. (படம் போட்டுக் கொள்ளவும்)
$\angle A = 80°$. $\triangle ACD$ல் வெளி $\angle BAC$
= உள்எதிர் $\angle ADC + \angle ACD$
$= 2\angle ACD$
($\because \angle ADC = \angle ACD$, $\because AD = AC$)

$\therefore 80° = 2\angle ACD$. $\therefore \angle ACD = 40°$

38. $\angle ICI^1 = \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}$ வெளி $\angle C$
$= \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$
$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C)$
$= \frac{1}{2} \times 180°$
$= 90°$

39. $\angle OBC = \frac{1}{2}$ வெளி $\angle B = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$
$\angle OCB = \frac{1}{2}$ வெளி $\angle C = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C + \angle B) + \frac{1}{2}\angle A$
$= \frac{1}{2} \times 180° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \triangle OBC$ல், $\angle BOC = 180° - (\angle OBC + \angle OCB)$
$= 180° - (90° + \frac{1}{2}\angle A)$
$= 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$
$= 90° - \frac{1}{2}\angle A$

40. $\triangle BDC$ல் $\angle BDC$
$= 180° - (\angle DBC + \angle DCB)$
$= 180° - (\frac{1}{2}\angle B + \angle C + \frac{1}{2}$ வெளி $\angle C)$
$= 180° - [\frac{1}{2}\angle B + \angle C + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)]$
$= 180° - [\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B]$
$= 180° - [\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + 90°]$
$= 180° - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) - 90°$
$= 90° - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$
$= \frac{1}{2}\angle A$

41. அடிப்பக்கத்தின் மையக்குத்துக்கோடு ஆகும்.

42. உச்சிக் கோணத்தின் இரு சமவெட்டி ஆகும்.

43. (*a*) பெரிய கோணத்திற்கு எதிரிலுள்ள பக்கம் சிறிய கோணத்திற்கு எதிரிலுள்ள பக்கத்தை விடப் பெரியது.
(*b*) பெரிய பக்கத்திற்கு எதிரிலுள்ள கோணம், சிறிய பக்கத்திற் கெதிரிலுள்ள கோணத்தை விடப் பெரியது.

44. (*a*) $\angle C = \angle B$; (*b*) $\angle C > \angle B$ (*c*) $\angle C < \angle B$

45. $\angle Q = 50°$; $\angle R = 30°$; $\therefore \angle P = 180° - (50° + 30°)$
$= 100°$.
(*a*) $q > r$ (*b*) $p > q$ (*c*) $p > r$.

46. (*a*) $\angle Y > \angle X$ (*b*) $\angle Y > \angle Z$ (*c*) $\angle X > \angle Z$

47. $\angle A = 56°$; $\angle B = 64°$; $\therefore \angle C = 180° - (56° + 64°)$
$= 60°$
$\therefore \angle A < \angle C < \angle B$
$\therefore a < c < b$

48. மூன்ருவது பக்கத்தை விட அதிகம்.

49. மூன்ருவது பக்கத்தை விடக் குறைவு

50. (1) $b+c=1{\cdot}8''+1{\cdot}4''=3{\cdot}2'' \not> a$ $\therefore$ முக்கோணம் வரைய முடியாது.

(2) $\angle B=90°$ ஆனால் $b<a$ $\therefore$ முக்கோணம் வரைய முடியாது.

(3) $QR+PR=6\text{ cm}+2{\cdot}5\text{ cm}=8{\cdot}5\text{cm} \not> PQ$ $\therefore$ முக்கோணம் வரைய முடியாது.

(4) $\angle C=97°$. ஆனால் $AB<CA$. $\therefore$ முக்கோணம் வரைய முடியாது.

51. (1) உட்கோணங்களின் கூடுதல் $=(2p-4)$ செங்கோணங்கள்

(2) ,, ,, $=(2p-4)\times 90°$

(3) ஒரு உட்கோணத்தின் மதிப்பு $=\dfrac{(2p-4)}{p}$ செங்கோணங்கள்

அல்லது $=(2p-4)\times 90/p$ டிகிரி.

52. வெளிக் கோணங்களின் கூடுதல் 360°க்குச் சமம். அல்லது நான்கு செங்கோணங்களுக்குச் சமம்.

53. பக்கங்கள் $=10$. $\therefore$ வெளிக்கோணங்கள் $=10$

ஆனால் வெளிக்கோணங்களின் மொத்தம் $=360°$

$\therefore$ ஒரு வெளிக் கோணம் $=\dfrac{360°}{10}=36°$

ஒரு உட்கோணம்$+$ஒரு வெளிக்கோணம் $=180°$

($\because$ அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$\therefore$ ஒரு உட்கோணம் $=180°-36°=144°$

54. உட்கோணம் $=108°$

ஒரு உட்கோணம்$+$ஒரு வெளிக்கோணம் $=180°$

($\because$ அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$\therefore$ ஒரு வெளிக்கோணம் $=180°-108°=72°$

ஆனால், வெளிக்கோணங்களின் மொத்தம் $=360°$

$\therefore$ வெளிக் கோணங்களின் எண்ணிக்கை $\dfrac{\overset{5}{\cancel{360}}}{\cancel{72}}=5$

$\therefore$ பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $=5$.

55. வெளிக் கோணங்களின் மொத்தம் $= 360°$.

$\frac{\overset{30}{\cancel{360}}}{\cancel{12}} = 30$ ∴ $12°$ ஒரு ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் வெளிக் கோணமாக இருக்க முடியும்.

$\frac{\overset{72}{\cancel{360}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5}$ பக்கங்களின் எண்ணிக்கை பின்னமாக இருக்க முடியாது.

∴ $25°$ வெளிக்கோணமாக முடியாது.

$\frac{\overset{8}{\cancel{360}}}{\cancel{45}} = 8.$ ∴ $45°$ வெளிக்கோணமாக இருக்க முடியும்.

56. வெளிக்கோணம் $= x°$ என்க. ∴ உட்கோணம் $= (x+132)°$

$\therefore x° + (x+132)° = 180°$ (∵ அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

i.e. $2x + 132 = 180$

$\therefore 2x = 180 - 132 = 48$

$\therefore x = \frac{48}{2} = 24.$

∴ வெளிக்கோணங்கள் $= \frac{360}{24} = 15$

∴ பக்கங்கள் $= 15$.

57. உட்கோணம் : வெளிக்கோணம் $= 3:2$

∴ மொத்தம் = 5பங்கு = $180°$ (∵ அடுத்துள கோணங்கள்)

∴ வெளிக்கோணம் $= 2$ பங்கு $= \frac{\overset{36}{\cancel{180}°}}{\cancel{5}} \times 2 = 72°$

∴ வெளிக்கோணங்கள் $= \frac{360°}{72°} = 5$

∴ பக்கங்கள் $= 5$.

58. (1) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் தனித் தனியே மற்ெறாரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்குச் சமமானால் அவை சர்வ சமமாகும்.

அல்லது

(2) ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களும் அவற்றினிடைக் கோணமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இருபக்கங்களுக்கும் அவற்றினிடைக் கோணத்திற்கும் தனித் தனியே சமமானால் அவை சர்வ சமமாகும்.

அல்லது

(3) ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு கோணங்களும் ஒரு பக்கமும் மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்களுக்கும் ஒத்த பக்கத்திற்கும் தனித் தனியே சமமானால் அம் முக்கோணங்கள் சர்வ சமமாகும்.

59. இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒன்றின் கர்ணமும் ஒரு பக்கமும் மற்றதின் கர்ணத்திற்கும் ஒரு பக்கத்திற்கும் தனித் தனியே சமமானால் அம் முக்கோணங்கள் சர்வ சமமாகும்.

60. (*a*) $\triangle ABC \equiv \triangle DFE$.

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களும் ஒரு பக்கமும் தனித் தனியே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்கும் ஒத்த பக்கத்திற்கும் சமமானால் அம் முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் ஆகும்.

(*b*) $\triangle PQR \equiv \triangle ZXY$.

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றினிடைக் கோணமும் தனித் தனியே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கும் அவற்றினிடைக் கோணத்திற்கும் சமமானால் அம் முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் ஆகும்.

61. (படம் போட்டு பார்த்துக் கொள்ளவும்)

இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒன்றின் கர்ணமும் ஒரு பக்கமும் மற்றதின் கர்ணத்திற்கும் ஒரு பக்கத்திற்கும் தனித் தனியே சமமானால் அம் முக்கோணங்கள் சர்வ சமம் ஆகும்.

$\triangle AOD, \triangle BOD$களில் $OA = OB$ (ஆரங்கள்)
(கர்ணங்கள்)
OD (பொதுப்பக்கம்)
$\angle ODA = \angle ODB \quad (= 90^\circ)$
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle BOD$

62. (படம் போட்டு பார்த்துக் கொள்ளவும்)
ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் தனித் தனியே மற்றொரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமமானால் அவை சர்வ சமம் ஆகும்.
$\triangle OAB, \triangle OCD$களில் $OA = OC$ (ஆரங்கள்)
$OB = OD$ (ஆரங்கள்)
$AB = CD$ (கொள்கை)
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$

63 & 64. மூன்று அல்லது மூன்றிற்கு மேற்பட்ட இணை கோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டும்போது அதில் ஏற்படும் துண்டங்கள் சமமானால் அவ்விணை கோடுகளை வேறெந்தக் குறுக்கு வெட்டி வெட்டினாலும் அதில் ஏற்படும் துண்டங்கள் சமமாக இருக்கும்.

65. மூன்றாவது பக்கத்தை இரு சமமாகப் பிரிக்கும்.

66. மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இணை ; மூன்றாவது பக்கத்தில் பாதி.

67. இணைகரம்.

68. இணைகரத்தின் (1) எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சமம் (2) எதிர் எதிர் கோணங்கள் சமம் (3) மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமக் கூறிடும்.

69. ஒரு நாற்கரத்தில் (1) எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சமமானால் அல்லது (2) எதிர் எதிர் பக்கங்கள் இணையானால் அல்லது (3) எதிர் எதிர் கோணங்கள் சமமானால் அல்லது (4) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை யொன்று இரு சமபாகமாக வெட்டிக் கொண்டால் அது ஒரு இணைகரமாகும்.

70. ஒரு இணைகரமும் ஒரு செவ்வகமும் ஒரே அடிப் பக்கத்தின் மீதமைந்தும் ஒரே ஜோடி இணை கோடுகளுக்குள்

அடங்கியும் இருந்தால் அவை இரண்டும் சமபரப்புடையவை.

71. பரப்புகளின் விகிதம் 2 : 1

72. அவை சமபரப்புடையவை.

73. (1) $\triangle BCD = \triangle BED$ (ஒரே அடிப்பக்கம் BD; BD ∥ EC)
(2) நாற்கரம் $ABCD = \triangle AED$.
[∵ நாற்கரம் $ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$
$\triangle AED = \triangle ABD + \triangle BED$
ஆனால், $\triangle BCD = \triangle BED$]

74. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின்மீது வரைந்த சதுரத்தின் பரப்பு மற்ற இரு பக்கங்களின் மீது வரைந்த சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பிற்குச் சமம்.

75. ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தின்மீது வரைந்த சதுரத்தின் பரப்பு மற்ற இரு பக்கங்களின் மீது வரைந்த சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பிற்குச் சமமானால் அது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

76. $p^2 = q^2 + r^2$

77. மற்ற பக்கம் $= \sqrt{(\text{கர்})^2 - (\text{பக்}1)^2} = \sqrt{5^2 - 4^2}''$
$= \sqrt{25 - 16}'' = \sqrt{9}'' = 3''$

78. (*a*) $6^2 = 36$
$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25. \quad \therefore 6^2 \neq 4^2 + 3^2$
∴ செங்கோண முக்கோணம் அல்ல.

(*b*) $6^2 = 36$
$5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41. \quad \therefore 6^2 \neq 5^2 + 4^2$
∴ செங்கோண முக்கோணம் அல்ல.

(*c*) $13^2 = 169$
$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169. \quad \therefore 13^2 = 5^2 + 12^2$
∴ செங்கோண முக்கோணம்.

(*d*) $25^2 = 625$
$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 \quad \therefore 25^2 = 7^2 + 24^2$
∴ செங்கோண முக்கோணம்.

79. (மற்ற பக்கம்)^2 = (கர்)^2 − (பக்$_1$)^2

$$=\left(\frac{n+1}{2}\right)^2-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2$$

$$=\frac{n^2+2n+1 \quad n^2+2n-1}{4}$$

$$=\frac{4n}{4}$$

$$=n.$$

∴ மற்ற பக்கம் $=\sqrt{n}$

80. (படம் போட்டுக்கொள்ளவும்)
$AB^2=AD^2+BD^2$
$AC^2=AD^2+DC^2$
∴ $AB^2-AC^2=(AD^2+BD^2)-(AD^2+DC^2)=$
BD^2-DC^2

81. மற்ற இரு பக்கங்களின்மேல் வரைந்த சதுரங்களின் மொத்த பரப்பைவிடக் குறைவு. இக்குறைவு மற்ற பக்கங்களில் ஒன்ருலும் அதன்மீது மற்றதன் வீழ்ச்சியாலும் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பின் இரு மடங்கிற்குச் சமம்.

82. மற்ற இரு பக்கங்களின்மீது வரைந்த சதுரங்களின் மொத்த பரப்பைவிட அதிகம். இவ்வதிகம் மற்ற பக்கங்களில் ஒன்ருலும் அதன்மீது மற்றதன் வீழ்ச்சியாலும் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பின் இரு மடங்கிற்குச் சமம்.

83. (1) $a^2>b^2+c^2$, விரிகோண முக்கோணம். $\angle A$ விரிகோணம்.
(2) $a^2=b^2+c^2$, செங்கோண முக்கோணம். $\angle A=90°$

84. (1) $AC^2>AB^2+BC^2$ (2) $AB^2>AC^2+BC^2$ (3) $AC^2=AB^2+BC^2$ (4) $BC^2=AB^2+AC^2$ (5) $BC^2<AB^2+AC^2$ (6) $AB^2<AB^2+BC^2$

85. (படம் போட்டுக் கொள்ளவும்)
$b^2=a^2+c^2-2ap.$

86. $c^2 = a^2 + b^2 - 2a(a+x)$
$b^2 = a^2 + c^2 + 2ax$

87. $\angle B = 50°$; $\angle C = 30°$. $\therefore \angle A = 180° - 80° = 100°$
$\therefore a^2 > b^2 + c^2$

88. ABமீது CDன் வீழ்ச்சி PQ.
CDமீது ABன் வீழ்ச்சி XY.

89. (a) செங்கோணம் (b) விரிகோணம் (c) குறுங்கோணம்.

90. $8^2 = 64$
$7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65.$
$8^2 < 7^2 + 4^2$ ∴ இது குறுங்கோண முக்கோணம்.

91. ஒரு முக்கோணத்தில் ஏதேனும் இரண்டு பக்கங்கள்மீது வரைந்த சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பு மூன்றுவது பக்கத்தின் மீது வரைந்த சதுரம், மூன்றுவது பக்கத்திற்கு வரைந்த மையக்கோட்டின்மீது வரைந்த சதுரம் இவற்றின் மொத்த பரப்பின் இரு மடங்கிற்குச் சமம்.

92. அப்பலோனியஸ் தேற்றப்படி,

$$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$$
$$\text{i.e.,} \quad 7^2 + 5^2 = 2(3^2 + AD^2)$$
$$\text{i.e.,} \quad 49 + 25 = 2(9 + AD^2)$$
$$\text{i.e.,} \quad 74 = 18 + 2AD^2$$
$$\text{i.e.,} \quad 74 - 18 = 2AD^2$$
$$\text{i.e.,} \quad 56 = 2AD^2$$
$$\text{i.e.,} \ AD^2 = \frac{\overset{28}{\cancel{56}}}{\cancel{2}} = 28$$
$$AD = \sqrt{28}$$

∴ மையக்கோடு ADன் நீளம் $= \sqrt{28}$."

93. $b^2 + c^2 = 2(a^2 + m^2)$

94. $PA^2 + PB^2 = 2\ (OP^2 + AO^2)$ (அப்பலோனியஸ் தேற்றம்)

$$\text{i.e., } PA^2 + PB^2 = 2(5^2 + 3^2)$$
$$= 2(25 + 9)$$
$$= 2 \times 34 = 68.$$

95. ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அப் புள்ளியை மையமாகவும், சமதூரத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு வரைந்த வட்டத்தின் பரிதி.

96. இரண்டு நிலையான புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அப் புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் நேர்கோட்டின் மையக் குத்துக்கோடு ஆகும்.

97. ஒரு நிலையான கோட்டிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அக் கோட்டிற்கு இருபுறமும் அச் சம தூரத்தில் வரைந்த இரு இணைகோடுகளாகும்.

98. இரு நிலையான இணைகோடுகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அவ்விரு இணைகோடுகளுக்கும் இடையில் சமதூரத்தில் வரைந்த மற்றொரு இணைகோடு ஆகும்.

99. ஒரு கோணத்தின் புயங்களிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அக் கோணத்தின் இரு சமவெட்டி ஆகும்.

100. இரு வெட்டும் கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அக் கோடுகள் வெட்டிக் கொள்வதால் ஏற்படும் கோணங்களின் இருசம வெட்டிகளாலாகிய ஒரு ஜதைக் கோடுகள்.

101. (1) A,Bகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை ABன் மையக்குத்துக் கோடு.

(2) AB, BCகளிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை $\angle$Bன் இருசம வெட்டி.

X Std.

தேற்றங்களை ஒட்டிய முதற்பகுதி (Part A)

கேள்விகள் :

1. ஒரு வட்டத்தில் மையத்தையும், ஒரு நாணின் நடுப் புள்ளியையும் சேர்க்கும் கோடு.........(பூர்த்தி செய்க)

2. கேள்வி (1) ன் மறுதலைகளை எழுது.

3. கேள்வி (1), (2)ன் தேற்றங்களின் நிரூபணங்களில் உபயோகமாகும் தேற்றங்கள் எவை ?

4. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 5 செ.மீ. அதில் ஒரு நாணின் நீளம் 8 செ.மீ. நாணிற்கும் மையத்திற்கும் உள்ள இடைத்தூரம் என்ன ?

5. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 12·5 செ.மீ. அதில் ஒரு நாண் மையத்திலிருந்து 12 செ.மீ. தூரத்திலுள்ளது. அதன் நீளம் என்ன ?

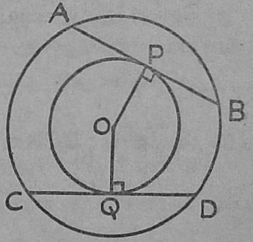
6. ஒரு வட்டத்தில் ஒரு நாணின் நீளம் 6″. அது மையத்திலிருந்து 4″ தூரத்திலுள்ளது. அதன் ஆரம் என்ன ?

7. (a) ஒரு வட்டத்தில் சம நீளமுள்ள நாண்கள் வட்ட மையத்திலிருந்து......(பூர்த்தி செய்)

   (b) மறுதலையை எழுது.

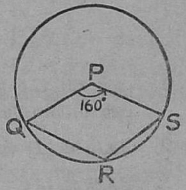
8. கேள்வி 7 (*a*), (*b*) க்களின் தேற்றங்களின் நிரூபணங்களில் உபயோகமாகும் தேற்றங்களை எழுது.

(9) படத்தில் AB = CD என எப்படி நிரூபிக்கலாம் ?

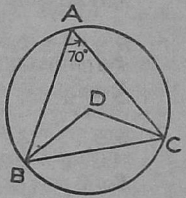


10. ஒரு வட்ட வில் வட்ட மையத்தில் எதிர்கொள்ளும் கோணம்............(பூர்த்தி செய்)

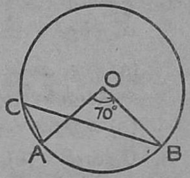
11. படத்தில் $\angle QRS$ ன் மதிப்பு என்ன ?



12. படத்தில் $\angle DBC$ ன் மதிப்பு என்ன ?

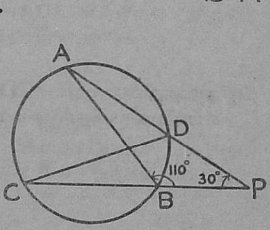


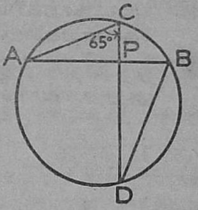
13. படத்தில் $\angle ACB$ ன் மதிப்பு என்ன ?



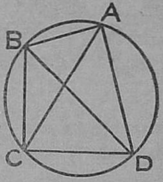
14. ஒரே வட்டத் துண்டிலுள்ள கோணங்கள்......(பூர்த்தி செய்); மறுதலையை எழுது.

15. படத்தில் $\angle DCB$ ன் மதிப்பு என்ன ?

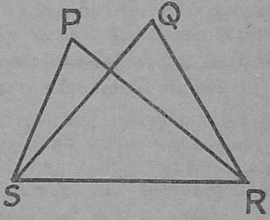




16. படத்தில் AB ⊥ CD. ∠BDC ன் மதிப்பு என்ன ?



17. படத்தில் ∠BAC க்குச் சமமான கோணம் எது ?



18. படத்தில் ∠P = ∠Q எனில் P, Q, R, S ஒரே வட்டப் பரிதியில் அமையும்— இதை ஆதரிக்கும் தேற்றத்தை எழுது.

பூர்த்திசெய் :—

19. (*a*) ஒரு அரைவட்டத்திலுள்ள கோணம்...............
(*b*) ஒரு பெருவட்டத் துண்டிலுள்ள கோணம்.........
(*c*) ஒரு சிறு (குறு) வட்டத் துண்டிலுள்ள கோணம்...

20. ஒரு வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர் கோணங்கள்........ (பூர்த்தி செய்)

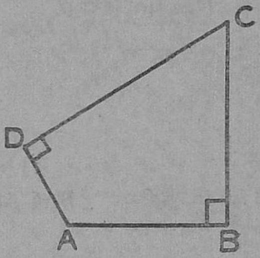
21. ஒரு வட்ட நாற்கரத்தின் ஒரு பக்கத்தை வெளி நீட்ட உண்டாகும்.........(பூர்த்தி செய்)

22. ஒரு நாற்கரம் வட்ட நாற்கரமாக ஒரு நிபந்தனையை எழுது.

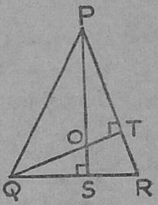
23. வட்ட நாற்கரம் ABCDல் $\angle A = 70°$; $\angle B = 60°$. மற்ற கோணங்களைக் கண்டுபிடி.

24. ஒரு நாற்கரத்தின் கோணங்களின் விகிதம் 2 : 3 : 7 : 6. அது எவ்வகை நாற்கரம்? காரணம் கூறு.

25. படத்தில் நாற்கரம் ABCD எவ்வகை நாற்கரம்? காரணம் கூறு.



26. படத்தில் இரண்டு வட்ட நாற்கரங்களின் பெயர்களை எழுது.



27. இரண்டு வட்டங்கள் தொட்டுக் கொண்டால் அவற்றின்......ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும். (பூர்த்திசெய்)

28. ஒரு வட்டத்தின் (*a*) மேலுள்ள புள்ளியிலிருந்து (*b*) வெளியிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

29. பின் வரும் சந்தர்ப்பங்களில் வட்டங்கள் A, B களின் ஆரங்கள் r, R, மையங்களின் இடை தூரம் d, இவற்றிற்குள்ள தொடர்பு (relation ship) என்ன?

(*a*) Aயும், Bயும் பொது மைய வட்டங்கள்.

(*b*) Aயும், Bயும் வெளிப்புறமாகத் தொட்டுக் கொள்கின்றன.

(*c*) வட்டம் Bஐ, A உட்புறமாகத் தொடுகிறது.

(*d*) வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடாமல் வெளிப்புறமாக உள்ளன.

(*e*) வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடாமல் ஒன்றினுள் ஒன்ருக அமைந்துள்ளன.

(*f*) வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன.

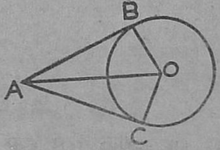
30. இரு வட்டங்கள் (*a*) வெளிப்புறமாக தொடாமல் இருக்கும்போது, (*b*) வெளித்தொடு வட்டங்களாக இருக்கும்போது (*c*) உள்தொடு வட்டங்களாக இருக்கும்போது, (*d*) வெட்டிக் கொள்ளும்போது அவற்றிற்கு வரையக்கூடிய பொதுத் தொடு கோடுகள் எவ்வளவு? அவை எத்தகையவை ?

31. ஒரு வட்டத்தின் மையத்திற்கும், வெளியிலுள்ள புள்ளிக்கும் இடைதூரம் 17 செ. மீ. ஆரம் 8 செ. மீ. தொடு கோட்டின் நீளம் என்ன ?

32. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 1·5″. அதற்கு வெளியிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வரைந்த தொடு கோட்டின் நீளம் 3·6″. அப்புள்ளி வட்ட மையத்திலிருந்து உள்ள தூரம் என்ன ?

33. ஒரு வட்டத்திற்கு வெளியிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வரைந்த தொடு கோட்டின் நீளம் 4″. புள்ளிக்கும், வட்ட மையத்திற்கும் உள்ள தூரம் 8″. வட்டத்தின் ஆரம் என்ன ?

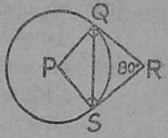
34. படத்தில் AB, AC வட்டத்திற்கு Aயிலிருந்து வரைந்த தொடு கோடுகள். நாற்கரம் OBAC பற்றி என்ன தெரியும்?



35. கேள்வி 34ன் படத்தில் $\angle BAO$, $\angle CAO$ பற்றி என்ன தெரியும்? $\angle BOA$, $\angle COA$ பற்றி என்ன தெரியும்?

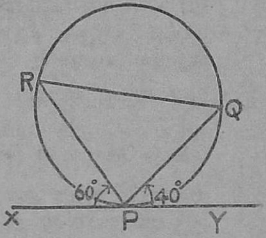
36. ஒரு விட்டத்தின் முனைகளில் வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடு கோடுகள்.........(பூர்த்திசெய்)

37. படத்தில் ∠PQSன் மதிப்பு என்ன ?

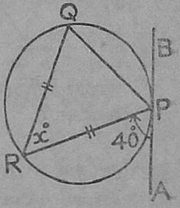


38. 'ஒன்று விட்ட வட்டத்துண்டுக் கோணங்கள்' பற்றிய தேற்றத்தை எழுது.

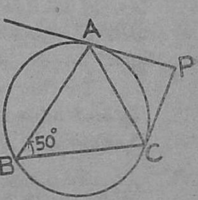
39. படத்தில் △PQRன் கோணங்களைக் கண்டு பிடி.



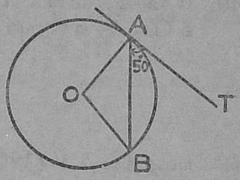
40. படத்தில் Xன் மதிப்பு என்ன ?



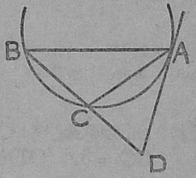
41. படத்தில் AP, CP தொடு கோடுகள். ∠APCன் மதிப்பு என்ன ?



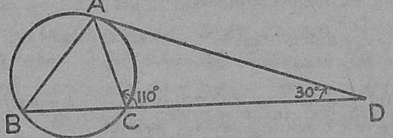
42. படத்தில் AT தொடு கோடு. $\angle AOB$ன் மதிப்பு என்ன ?



43. ABC என்ற வட்டத்தை AD தொடுகிறது. $\angle CAD = \angle ABC$ இதை ஆதரிக்கும் தேற்றத்தை எழுது.



44. படத்தில் AD தொடு கோடு. $\angle BAC$ன் மதிப்பு என்ன ?

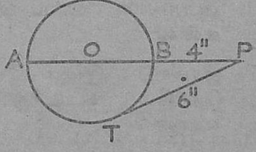


45. ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்கள் வட்டத்தினுள்ளேயோ அல்லது வெளியேயோ வெட்டிக் கொண்டால்......... (பூர்த்தி செய்)

46. கேள்வி 45ன் மறுதலை என்ன ?

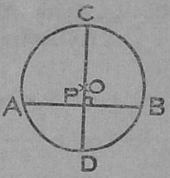
47. ஒரு வட்டத்தின் வெளியிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு ஒரு வெட்டும் கோடும், தொடு கோடும் வரைந்தால்....................(பூர்த்தி செய்)

48. படத்தில் BPன் நீளம் 4″. PT தொடு கோடு. PT = 6″. ஆரம் என்ன ?

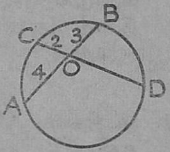


49. கேள்வி 48ன் படத்தில் PT = 12 செ. மீ. ஆரம் 5 செ. மீ. என்ருல் BPன் நீளம் என்ன ?

50. படத்தில் AB = 12″. CP = 8″ வட்டத்தின் ஆரம் என்ன ?



51. படத்தில் CO = 2 ; AO = 4 ; BO = 3. ODன் மதிப்பு என்ன ?



முக்கிய நியமப்பாதைகள் :

52. ஒரு வட்டத்தில் இணை நாண்களின் மையப்புள்ளிகளின் நியமப்பாதை என்ன ?

53. ஒரு வட்டத்தில் சமநீளமுள்ள நாண்களின் மையப் புள்ளிகளின் நியமப்பாதை என்ன ?

54. கொடுத்த அடிப்பக்கத்தின்மீது கொடுத்த கோணத்தை உச்சிக் கோணமாக உடைய முக்கோணத்தின் உச்சியின் நியமப்பாதை என்ன ?

55. ஒரு நேர்கோட்டை அதிலுள்ள குறிப்பிட்ட புள்ளியில் தொடும் வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை என்ன ?

56. கொடுத்த நேர்கோட்டை தொடும் கொடுத்த ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்தின் நியமப்பாதை என்ன ?

57. இரண்டு இணை நேர்கோடுகள் ஒவ்வொன்றையும் தொடும் வட்டத்தின் மையத்தின் நியமப்பாதை என்ன ?

58. ஒரு கோணத்தின் புஜங்களைத் தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தின் மையத்தின் நியமப்பாதை என்ன ?

59. இரண்டு வெட்டும் நேர் கோடுகளைத் தொடும் வட்டத்தின் மையத்தின் நியமப்பாதை என்ன ?

விடைகள்

1. நாணிற்கு செங்குத்தாக இருக்கும்.

2. (a) ஒரு வட்டத்தில் மையத்திலிருந்து நாணுக்கு வரைந்த செங்குத்துக் கோடு நாணை இரு சம பாகங்களாக்கும்.

   (b) ஒரு வட்டத்தில் நாணின் மையக்குத்துக் கோடு வட்டமையம் வழியே செல்லும்.

3. (1) [" மூன்று பக்கத்தேற்றம் "] இரண்டு முக்கோணங்களில் ஒன்றின் பக்கங்கள் தனித்தனியே மற்றதன் பக்கங்களுக்குச் சமமானால் அவை சர்வ சம முக்கோணங்கள்.

   (2) [" கர்ணம் பக்கத் தேற்றம் "] இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒன்றின் கர்ணமும் ஒரு பக்கமும் மற்றதன் கர்ணத்திற்கும் ஒரு பக்கத்திற்கும் தனித்தனியே சமமானால் அவை சர்வ சம முக்கோணங்கள்.

4. நாணின் நீளம் $= 8$ செ. மீ.

   $\therefore$ $\frac{1}{2}$ நாணின் நீளம் $= 4$ செ. மீ.

   ஆரம் $= 5$ செ. மீ.

   $\therefore$ மையத்திலிருந்து தூரம் $= \sqrt{5^2 - 4^2}$ செ. மீ.

   $= \sqrt{(5+4)(5-4)}$ செ. மீ.

   $= \sqrt{9 \times 1}$ செ. மீ.

   $= 3$ செ. மீ.

5. ஆரம் $= 12{\cdot}5$ செ. மீ.

   மையத்திலிருந்து தூரம் $= 12$ செ. மீ.

   $\therefore$ $\frac{1}{2}$ நாணின் நீளம் $= \sqrt{12{\cdot}5^2 - 12^2}$ செ. மீ.

   $= \sqrt{(12{\cdot}5+12)(12{\cdot}5-12)}$ செ. மீ.

$= \sqrt{24{\cdot}5 \times {\cdot}5}$ செ. மீ.
$= \sqrt{.5 \times 49 \times .5}$ செ. மீ.
$= {\cdot}5 \times 7$ செ. மீ.
$= 3{\cdot}5$ செ. மீ.

$\therefore$ முழு நாணின் நீளம் $= 3{\cdot}5 \times 2 = 7$ செ.மீ.

6. நாணின் நீளம் $= 6''$
$\therefore \frac{1}{2}$ நாணின் நீளம் $= 3''$
மையத்திலிருந்து தூரம் $= 4''$
$\therefore$ ஆரம் $= \sqrt{3^2 + 4^2}''$
$= \sqrt{9+16}''$
$= \sqrt{25}''$
$= 5''$

7. (a) சமதூரத்திலிருக்கும்.
(b) ஒரு வட்டத்தில் மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ள நாண்கள் சமநீள முள்ளவை.

8. (1) ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாணிற்கு வரைந்த செங்குத்துக் கோடு அதை இரு சம பாகமாக்கும்.
(2) இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் ஒன்றின் கர்ணமும், ஒரு பக்கமும் மற்றதன் கர்ணத்திற்கும் ஒரு பக்கத்திற்கும் தனித்தனியே சமமானல் அவை சர்வசம முக்கோணங்கள்.

9. OP = OQ (வட்டம் Oன் ஆரங்கள்)
$OP \perp AB$, $OQ \perp CD$ (கொள்கை)
$\therefore$ AB, CD Oலிருந்து சமதூரத்திலுள்ளன.
$\therefore AB = CD$.

10. அது மீதிப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் எதிர் கொள்ளும் கோணத்தைப் போல் இருமடங்கு.

11. $\angle QPS = 160°$; $\therefore$ மடக்கு $\angle QPS = 360° - 160° = 200°$
$\therefore \angle QRS = \frac{1}{2} \times 200° = 100°$

12. $\angle BAC = 70°$; $\therefore \angle BDC = 2 \times 70° = 140°$.
$\therefore \triangle BDC$ல் $\angle DBC + \angle DCB$
$= 180° - 140° = 40°$

ஆனல் $\angle DBC = \angle DCB$ ($\because DB = DC$ ஆரங்கள்)

$\therefore \angle \mathbf{DBC} = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

13. $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 70° = \mathbf{35°}$

14. ஒரே வட்டத்துண்டிலுள்ள கோணங்கள் சமம்.

மறுதலை: இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு அதன் ஒரே புறத்திலுள்ள இரண்டு புள்ளிகளில் சம கோணங்களைத் தாங்கினல் அந் நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே வட்டப் பரிதியில் அமையும்.

15. $\triangle ABP$ல் $\angle ABP = 110°$; $\angle APB = 30°$;

$\therefore \angle BAP = 180° - (110° + 30°)$

$= 180° - 140°$

$= \mathbf{40°}$

i.e. $\angle DAB = 40°$

ஆனல் $\angle DCB = \angle DAB$ (ஒரே வட்டப் பகுதி கோணங்கள்)

$\therefore \angle \mathbf{DCB} = \mathbf{40°}$

16. $AB \perp CD$. $\therefore \angle APC = 90°$.

$\therefore \triangle PAC$ல் $\angle PAC = 180° - (90° + 65°)$

$= 180° - 155°$

$= \mathbf{25°}$

i.e. $\angle \mathbf{BAC} = \mathbf{25°}$

ஆனல் $\angle BDC = \angle BAC$ (ஒரே வட்டப் பகுதி கோணங்கள்)

$\therefore \angle \mathbf{BDC} = \mathbf{25°}$

17. $\angle BDC = \angle BAC$ (ஒரே வட்டப் பகுதி கோணங்கள்)

18. இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு அதன் ஒரே புறத்திலுள்ள இரண்டு புள்ளிகளில் சமகோணங்களைத் தாங்கினல் அந்நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே வட்டப் பரிதியில் அமையும்.

19. (*a*) செங்கோணம்.
(*b*) குறுங்கோணம்.
(*c*) விரிகோணம்.

20. மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்.

21. வெளிக்கோணம் உள்எதிர் கோணத்திற்குச் சமம்.

22. ஒரு நாற்கரத்தின் ஒரு ஜதை எதிர் கோணங்கள் மிகை நிரப்புக் கோணங்களானல் அது வட்ட நாற்கரமாகும். (அல்லது) ஒரு நாற்கரத்தின் ஒரு பக்கத்தை வெளி நீட்ட உண்டாகும் வெளிக்கோணம் உள்எதிர் கோணத்திற்குச் சமமானல் அது வட்ட நாற்கரமாகும்.

23. $\angle A + \angle C = 180^\circ$ (வட்ட நாற்கரம்). $\angle A = 70^\circ$ (கொள்கை)

$\angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$ (வட்ட நாற்கரம்). $\angle B = 60^\circ$ (கொள்கை)

$\angle D = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

24. கோணங்களின் விகிதம் $= 2 : 3 : 7 : 6$
முதல், மூன்ருவது கோணங்களின் கூடுதல் $= 2 + 7 = 9$ பங்கு.
2வது, நான்காவது கோணங்களின் கூடுதல் $= 3 + 6 = 9$ பங்கு.
$\therefore$ இது ஒரு வட்ட நாற்கரம்.

25. படத்தில் $\angle B + \angle D = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.
$\therefore$ ABCD ஒரு வட்ட நாற்கரம்.

26. நாற்கரம் SRTO வட்ட நாற்கரம் ($\because \angle OSR + \angle OTR = 180^\circ$)
நாற்கரம் PTSQ வட்ட நாற்கரம் ($\therefore \angle PTQ = \angle PSQ$)

27. மையங்களும், தொடு புள்ளியும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

28. (*a*) ஒரு தொடுகோடு. (*b*) 2 தொடுகோடுகள்.

29. (*a*) $d = O$
(*b*) $d = R + r$.
(*c*) $d = R - r$.
(*d*) $d > R + r$.
(*e*) $d < R - r > O$.
(*f*) $d < R + r$.

30. (*a*) 4பொதுத் தொடு கோடுகள்; 2 நேர் பொதுத் தொடு கோடுகள்; 2 மாற்றுப் பொது தொடு கோடு கள்; (*b*) 3 பொதுத் தொடு கோடுகள்; 2 நேர்

ஒரு மாற்றுப் பொதுத் தொடு கோடுகள்; (*c*) ஒரே ஒரு நேர் பொதுத் தொடு கோடு; (*d*) 2 நேர் பொதுத் தொடு கோடுகள்.

31. தொடுகோட்டின் நீளம் $= \sqrt{17^2 - 8^2}$ செ. மீ.

$= \sqrt{(17+8)(17-8)}$ செ. மீ.

$= \sqrt{25 \times 9}$ செ. மீ.

$= 5 \times 3$ செ. மீ.

$= \mathbf{15}$ செ. மீ.

32. அப்புள்ளி மையத்திலிருந்து

உள்ள தூரம் $= \sqrt{1{\cdot}5^2 + 3{\cdot}6^2}\,''$

$= \sqrt{2{\cdot}25 + 12{\cdot}96}\,''$

$= \sqrt{15{\cdot}21}\,''$

$= \mathbf{3{\cdot}9''}$

33. ஆரம் $= \sqrt{8^2 - 4^2}\,''$

$= \sqrt{(8+4)(8+4)}\,''$

$= \sqrt{12 \times 4}\,''$

$= \sqrt{4 \times 3 \times 4}\,''$

$= \mathbf{4\sqrt{3}}\,''$

34. AB தொடுகோடு, OB ஆரம், $\therefore \angle OBA = 90^\circ$

AC தொடுகோடு, OC ஆரம், $\therefore \angle OCA = 90^\circ$

$\therefore$ நாற்கரம் OBACல், $\angle OBA + \angle OCA = 180^\circ$

$\therefore$ நாற்கரம் OBAC ஒரு வட்ட நாற்கரம்.

35. $\angle BAO = \angle CAO$, $\angle BOA = \angle COA$ $\left\{ \because \triangle ABO \equiv \triangle ACO \right.$ (மூன்று பக்கத் தேற்றப்படி) $\}$

36. ஒன்றுக்கொன்று இணை.

37. $\triangle QRS$ல் QR = SR. $\therefore \angle RQS = \angle RSQ$

$= \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 100^\circ$

$= \mathbf{50^\circ}$

$\angle PQR = 90^\circ$ (கொள்கை)

$\angle SQR = 50^\circ$ (நிரூபித்தது)

$\therefore \angle PQS = 90^\circ - 50^\circ = \mathbf{40^\circ}$

38. ஒரு வட்டத்தின் தொடுகோட்டிற்கும் தொடு புள்ளி வழியே செல்லும் நாணிற்கும் இடையே உள்ள கோணம் ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டிலுள்ள கோணத்திற்குச் சமம்.

39. $\angle PRQ = \angle YPQ = 40^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\angle PQR = \angle XPR = 60^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\therefore \angle RQP = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

40. $\angle RQP = \angle RPA = 40^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\triangle PQR$ல் $PR = QR$.

$\therefore \angle RQP = \angle RPQ$.

$\therefore \angle QRP = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\therefore x^\circ = 100^\circ \quad \therefore \mathbf{x = 100}$

41. $\angle PAC = \angle ABC = 50^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\angle PCA = \angle CBA = 50^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\therefore \angle APC = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

42. பரிதியில் P ஒரு புள்ளியானால்,

$\angle APB = \angle TAB = 50^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\therefore \angle AOB = 2 \angle APB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

43. ஒரு வட்டத்தின் தொடுகோட்டிற்கும் தொடு புள்ளி வழியே செல்லும் நாணிற்கும் இடையே உள்ள கோணம்ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டிலுள்ள கோணத்திற்குச் சமம்.

44. $\angle CAD = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

$\therefore \angle CBA = \angle CAD = 40^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டு கோணங்கள்)

$\triangle ABC$ல் உள் $\angle BAC =$ வெளி $\angle ACD -$ உள் $\angle ABC$

$= 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$

45. ஒன்றின் துண்டங்களால் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பு மற்றதன் துண்டங்களால் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பிற்குச் சமம்.

46. இரண்டு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொண்டு, ஒன்றின் துண்டங்களால் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பு மற்றதன் துண்டங்களால் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பிற்குச் சமமாக இருந்தால் அக் கோடுகளின் முனைகள் ஒரே வட்டப் பரிதியில் அமையும்.

47. வெட்டும் கோடுகளின் துண்டங்களால் அடைபடும் செவ்வகத்தின் பரப்பு தொடுகோட்டின் மீது வரைந்த சதுரத்தின் பரப்பிற்குச் சமம்.

48.
$$PA.PB = PT^2$$
$$\text{i.e., } PA \times 4 = 6^2$$
$$\therefore PA = \frac{36}{4} = 9$$
$$\therefore AB = 9'' - 4'' = 5''$$
$$\therefore \text{ஆரம்} = \frac{5}{2} = 2{\cdot}5''$$

49. $PT^2 = PA.PB.$ $PB = x''$ என்க. $AB = 10''$

i.e. $12^2 = (x+10)\,x$

i.e. $144 = x^2 + 10x$

i.e. $x^2 + 10x - 144 = 0$

i.e. $x^2 + 18x - 8x - 144 = 0$

i.e. $x\,(x+18) - 8\,(x+18) = 0$

i.e. $(x+18)\,(x-8) = 0$

$$\therefore x + 18 = 0\ ;\ \ x - 8 = 0$$
$$\therefore x = 8 \text{ or } x = -18 \qquad \therefore PB = 8''$$

50. $\therefore CD \perp AB \quad \therefore AP = PB = 6''$,

$CP.PD = AP.PB$

i.e. $8.PD = 6 \times 6$

$$\therefore PD = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4\tfrac{1}{2}''$$

$PD = r - OP = 4\frac{1}{2}$ (1) (r — வட்டத்தின் ஆரம்)

$CP = r + OP = 8$ (2)

$\therefore$ (1)+(2), $2r = 12\frac{1}{2}$

$r = 6\frac{1}{4}$

$\therefore$ ஆரம் $= 6\frac{1}{4}''$

51. $CO.OD = AO.OB$

i.e. $2 \times OD = 4 \times 3$

$$\therefore OD = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

52. ஒரு வட்டத்தின் இணை நாண்களின் மையப் புள்ளிகளின் நியமப்பாதை அவற்றின் மையக் குத்துக் கோடான விட்டம்.

53. ஒரு வட்டத்தில் சம நீளமுள்ள நாண்களின் நடுப் புள்ளிகளின் நியமப்பாதை கொடுத்த வட்டத்தின் மையத்தை மையமாகவும் அவைகளில் ஒரு நாண் வட்ட மையத்திலிருந்து உள்ள தூரத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு வரைப்படும் வட்டப் பரிதி ஆகும்.

54. உச்சிப் புள்ளியின் நியமப்பாதை கொடுத்த அடிப் பக்கத்தை நாணகக்கொண்டு கொடுத்த அளவுள்ள கோணத்தை உடைய வட்டத்துண்டின் வில்.

55. வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை அக்கோட்டிற்கு கொடுத்த புள்ளியில் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு.

56. வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை கொடுத்த நேர் கோட்டிற்கு இருபுறமும் ஆரத்தின் தூரத்தில் வரையப் படும் ஒரு ஜதை இணை நேர்கோடுகள்.

57. வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை அவ்விரு இணைகோடு களுக்கு சமதூரத்தில் வரையப்படும் மற்றொரு இணை கோடு.

58. வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை அக்கோணத்தின் இரு சமவெட்டி.

59. வட்ட மையத்தின் நியமப்பாதை அவ்வெட்டும் கோடு களால் ஏற்படும் கோணங்களின் ஒரு ஜதை இரு சமவெட்டிகள்.